تحلیل عددی پدیده‌ی اختلاط مغناطیسی در یک جریان الکترواسموتیک بین دو صفحه موازی*

مقاله پژوهشی

مرتضی دلاکه نژاد(۱) سید علی میربزرگی(۲) حمید نیازمند(۳)

چکیده *در مقاله حاضر، اختلاط در جریان الکترواسموتیک در حضور یک میدان مغناطیسی با سه موقعیت مختلف مکانی به‌صورت عددی مطالعه و شبیه‌سازی شده است. هندسه جریان یک مجرای دوبعدی بین دو صفحه موازی است و جریان مورد نظر تراکم ناپذیر، دائم و آرام فرض شده است. معادلات حاکم بر مسأله، شامل معادلات اندازه حرکت اصلاح شده (ناویر-استوکس) برای میدان جریان سیال، معادلات میدان‌های پتانسیل الکتریکی خارجی و داخلی، معادلات توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی (ارنست-پلانک)، معادله میدان مغناطیسی و معادله‌ی غلظت گونه‌ها به روش عددی حجم محدود حل شده است. به منظور اعتبارسنجی برنامه عددی، یک جریان ایده‌آل الکترواسموتیک که در آن سراسر دیواره‌ها باردار می‌باشد، شبیه‌سازی گردیده است و نتایج آن با نتایج تحلیلی موجود مقایسه شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که در حضور یک میدان مغناطیسی برای جریان در یک ریزمجرا، راندمان اختلاط نسبت به حالت عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش چشم‌گیری می‌یابد، به طوری که راندمان اختلاط نهایی حداکثر به ۹۳/۳ درصد می‌رسد. البته این در حالی است که میدان مغناطیسی قبل از لایه دوگانه الکتریکی اعمال شده باشد.*

واژه‌های کلیدی ریزمخلوط‌گر، راندمان اختلاط، میدان الکتریکی، شبیه‌سازی عددی، ناویر-استوکس.

مقدمه

یکی از مباحث چالش برانگیز در حوزه سیستم‌های ریزسیالی (Microfluidics) و ریزالکترومکانیکی (Micro Electro Mechanical System) نحوه ایجاد جریان در ریزمجراها می‌باشد[1,2]. امروزه استفاده از جریان الکترواسموتیک (ای‌اواف) (Electroosmotic Flow (EOF)) به منظور پمپاژ و جابجایی سیالات، به دلیل مزایای قابل توجه آن نسبت به جریان فشار-محرک (Pressure-Driven Flow) کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. منشأ تحریک سیال در جریان الکترواسموتیک، نیروی لورنتس (Lorentz force) است که از اعمال میدان الکتریکی خارجی بر لایه دوگانه الکتریکی (ای‌دی‌ال) (Electric Double Layer (EDL)) حاصل می‌گردد. لایه دوگانه الکتریکی، ناحیه‌ای از سیال (الکترولیت) در مجاورت دیواره مجرا است که به دلیل عدم توازن یون‌های مثبت و منفی باردار است. حرکت سیال در ناحیه ای‌دی‌ال عامل اصلی ایجاد جریان در یک ریزمجرا با پروفیل سرعت تخت می‌باشد.

فارغ از بحث نحوه‌ی تولید جریان، اختلاط سیالی (Fluid Mixing) یک موضوع اساسی در ریزتراشه‌ها می‌باشد. با توجه به روش و نحوه‌ی اختلاط، ریزمخلوط‌گرها عمدتا به دو دسته فعال (Active) و غیرفعال (Passive) طبقه‌بندی می‌شوند. در ریزمخلوط‌گرهای فعال از یک عامل تحریک خارجی برای ایجاد اختلاط، علاوه بر انرژی پمپاژ سیال استفاده می‌شود. بعلاوه، از ویژگی‌های دیگر ریزمخلوط‌گرهای

---

* تاریخ دریافت مقاله ۹۹/۸/۲۱ و تاریخ پذیرش آن ۰۰/۱/۲۱ می‌باشد.

DOI: 10.22067/jacsm.2021.67094.0

(۱) دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه فنی و حرفه‌ای خراسان جنوبی،آموزشکده ابن حسام، بیرجند.

(۲) نویسنده مسئول: دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند.

Email: samirbozorgi@birjand.ac.ir

(۳) استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

فعال نسبت به نوع غیر فعال، آن است که در این ریزمخلوط‌گرها راندمان اختلاط با سهولت بیشتری افزایش می‌یابد هر چند پیچیدگی ساخت آن زیاد می‌باشد[5-3].

این در حالی است که در ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال برای ایجاد اختلاط از یک نیروی خارجی استفاده نمی‌شود و تنها با پیچ و تاب دادن هندسه جریان باعث ایجاد اختلاط می‌شوند. بعلاوه به دلیل آرام بودن جریان، اختلاط در آنها اساسا بر پخش مولکولی و حرکت توده‌ای بی‌نظم استوار است. این امر باعث شده است که افزایش راندمان اغلب کند و پرزحمت باشد و از جمله راه‌های بهبود راندمان، افزایش سطح تماس بین دو سیال و کاهش مسیر پخش میان آنها باشد. از نمونه‌های مهم ریزمخلوط‌گرهای غیرفعال می‌توان به ریزمخلوط‌گرهای T و Y شکل اشاره نمود[6,7]. در ادامه مطالعات مربوط به حوزه جریان الکترواسموتیک و پدیده اختلاط غیرفعال به طور خلاصه مرور می‌شود.

جریان الکترواسموتیک ماهیتا[8,9] ، از منظرهای مختلف نظیر ترکیب آن با جریان فشار–محرک [10,11] و تحت تأثیر زتا پتانسیل متغیر[12] مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. بعلاوه در زمینه بهبود راندمان اختلاط و کنترل حرکت سیال در جریان الکترواسموتیک تاکنون مطالعات زیادی انجام شده و روش‌های مختلفی برای ایجاد اختلاط فعال و غیرفعال معرفی گردیده است [13,14]. در ادامه برخی از مطالعات در زمینه اختلاط غیرفعال مرور می‌شود.

بیدیس و همکاران[15] اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره را به‌صورت تجربی به منظور افزایش راندمان اختلاط در یک ریزمخلوط‌گر الکتروجنبشی غیر فعال مورد بررسی و نتایج حاصل را به طور عددی نیز صحت‌سنجی نمودند. اثرات ناهمگنی مورد استفاده در کار آنها به‌صورت زتاپتانسیل وصله‌ای اعمال شده است به طوری که در هر وصله زتاپتانسیل مقداری ثابت و نامتغیر داشته است. لو و همکاران[16] با استفاده از ناهمگنی زتا پتاسیل دیواره و میدان الکتریکی متناوب (AC) راندمان اختلاط را در جریان الکتروجنبشی به طور عددی تحلیل نمودند. آنها از مدل تقریبی بولتزمن در توصیف توزیع یون‌ها در لایه دوگانه الکتریکی استفاده کردند. اثرات ناهمگنی مورد استفاده در کار آنها به‌صورت زتاپتانسیل وصله‌ای با مقدار ثابت در هر وصله پیاده‌سازی شده است.

جین و نانداکومار[17] در یک کار عددی از یک الگوی بهینه شده بار سطحی ناهمگن به منظور بهبود اختلاط در جریان الکتروجنبشی استفاده نمودند. آنها ناهمگنی را با تعداد زیادی وصله در حالت‌های مختلف ایجاد کردند که در هر وصله مقدار زتاپتانسیل ثابت می‌باشد. جماعتی و همکاران[18] اختلاط در ریزمخلوط‌گرهای الکترواسموتیکی را با حل معادلات ارنست–پلانک به‌صورت دو و سه بعدی بررسی نمودند. آنها اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره‌ها را به طور وصله‌ای به منظور افزایش راندمان اختلاط بررسی نمودند که مقدار زتاپتانسیل در هر وصله ثابت در نظر گرفته شده است.

نایاک [19] اثرات ناهمگنی زتاپتانسیل دیواره را در جریان الکترواسموتیک به منظور افزایش راندمان اختلاط با استفاده از مدل ارنست–پلانک به طور عددی شبیه‌سازی نمود. او این اثرات ناهمگنی را به‌صورت وصله‌ای با چیدمان متقارن و نامتقارن روی دیواره ریزمجرا اعمال کرد، به طوری که مقدار زتاپتانسیل در هر وصله ثابت بود. افسری و همکاران[20] یک ریزمخلوط‌گر دو بعدی غیرفعال الکترواسموتیکی با بار سطحی ناهمگن به‌صورت عددی مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که با توزیع مناسب بارهای ناهمگن سطحی می‌توان راندمان اختلاط را تغییر و کنترل نمود. بیشترین راندمان اختلاط مربوط به حالتی است که عدم تقارن در نحوه‌ی چینش بارهای ناهمگن دیواره افزایش یابد.

بساطی و همکاران [۲۱, ۲۲] اثرات توزیع پتانسیل سطحی و تغییرات هندسی بر میزان اختلاط الکترواسموتیک را در ریزمجراهای همگرا–واگرا

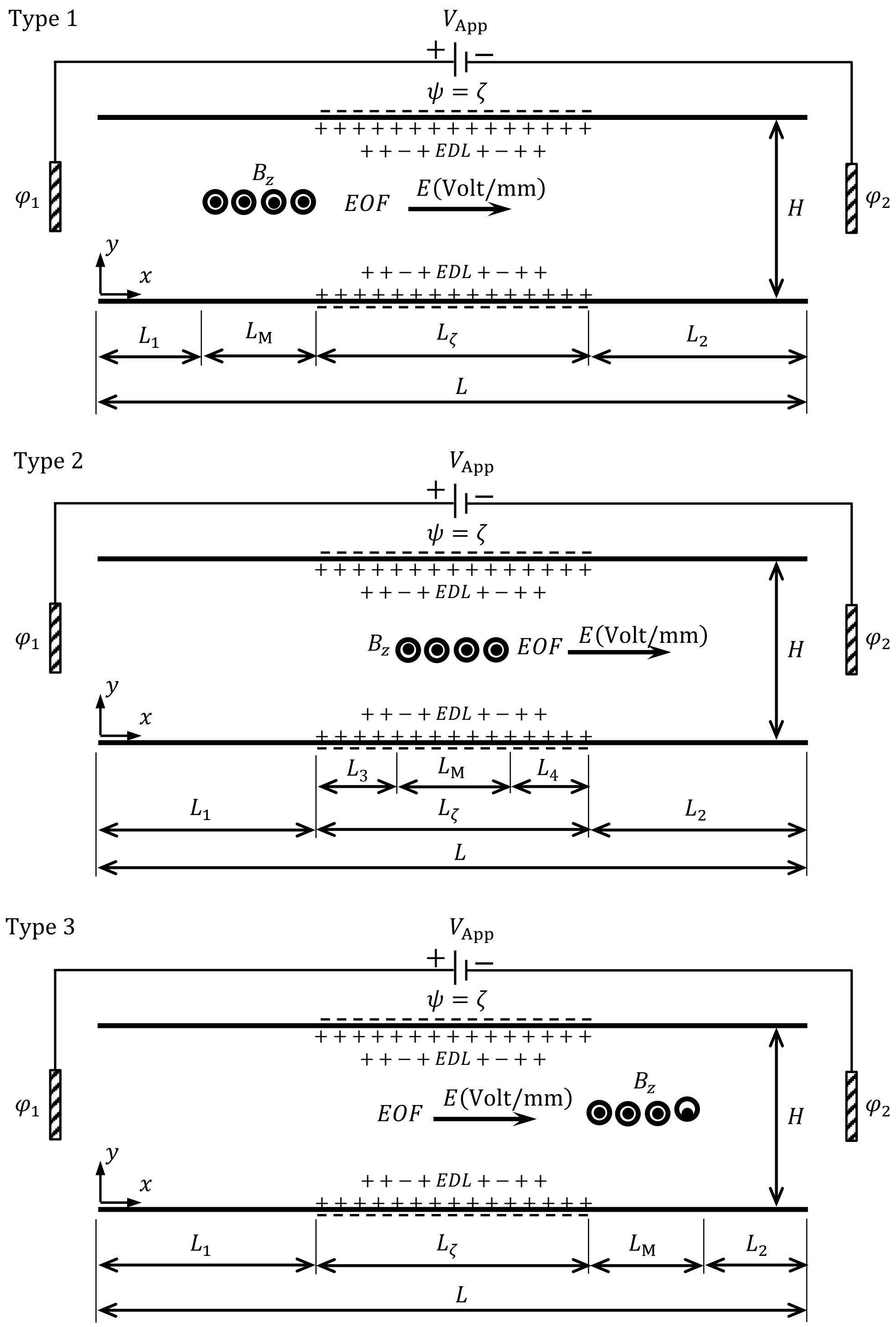
دوبعدی با نسبت‌های مختلف واگرایی مورد بررسی قرار دادند. آنها برای شبیه‌سازی جریان الکترواسموتیک از روش عددی شبکه بولتزمن استفاده کردند. دلاکه نژاد و همکاران[23] راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک درون یک ریزمخلوط‌گر با زتاپتانسیل غیریکنواخت دیواره را برای حالت‌های مختلف به‌صورت عددی شبیه‌سازی کردند. نتایج عددی آنها نشان داد که با تغییرات زتاپتانسیل دیواره در ناحیه میانی به‌صورت خطی-صعودی، خطی-نزولی و سهموی برای جریان در یک ریزمجرا، راندمان اختلاط نسبت به حالت زتا ثابت افزایش می‌یابد. بعلاوه آنها [24] اختلاط مغناطیسی در جریان الکترواسموتیک را به صورت عددی شبیه‌سازی کردند. آنها میدان مغناطیسی را در خارج از ناحیه ای‌دی‌ال اعمال کردند و نتایج آنها نشان داد که با اعمال یک نیروی عمودی حاصل میدان مغناطیسی می‌توان اختلاط در جریان الکترواسموتیک را بهبود بخشید.

یکی از روش‌هایی که می‌توان از آن برای ایجاد اختلاط غیرفعال بهره برد، بکارگیری میدان مغناطیسی دائمی در یک ریزمجرا با جریان الکترواسموتیک می‌باشد. این در حالی است که موقعیت مکانی اعمال میدان مغناطیسی می‌تواند تاثیر متفاوتی بر راندمان اختلاط داشته باشد. مرور مطالعات گذشته نشان می‌دهد که تاکنون این مطالعه انجام نشده است. در مقاله حاضر به بررسی اثر موقعیت مکانی میدان مغناطیسی بر راندمان اختلاط غیرفعال در جریان الکترواسموتیک پرداخته می‌شود.

تعریف مسأله

طرح شماتیک یک جریان الکترواسموتیک دوبعدی بین دو صفحه موازی در موقعیت $z = 0$ و در حضور یک میدان مغناطیسی مطابق شکل ۱ نمایش داده شده است که در آن عرض ریزمجرا H و طول ریزمجرا $L = 10H$ است. L_ζ طول لایه دوگانه الکتریکی و L_M طول ناحیه اعمال میدان مغناطیسی است که مشاهده می‌شود در کار حاضر در سه موقعیت مکانی مختلف در نظر گرفته شده است. در نوع اول) میدان مغناطیسی در ابتدای ریزمجرا و قبل از شروع ناحیه EDL، در نوع دوم) میدان مغناطیسی در ناحیه میانی ریزمجرا با هم‌پوشانی بخشی از طول L_ζ و در نوع سوم) میدان مغناطیسی در ناحیه انتهایی ریزمجرا اعمال شده است. L_1 و L_2 طول‌های ناحیه ورودی و خروجی، L_3 و L_4 به ترتیب نواحی ابتدا و انتهای EDL هستند که تحت تاثیر نفوذ غیرمستقیم میدان مغناطیسی می‌باشند. E قدرت میدان الکتریکی خارجی، φ_1 پتانسیل خارجی در ورودی، φ_2 پتانسیل خارجی در خروجی، ζ مقدار پتانسیل سطح دیواره (اغلب منفی) و B_z شدت شار میدان مغناطیسی در جهت عمود بر صفحه (برون‌سو) در طول L_M می‌باشد.

دستگاه مختصات دکارتی روی ابتدای صفحه پایینی در نظر گرفته شده است. با توجه به منفی بودن پتانسیل ζ (لذا مثبت بودن بار خالص الکتریکی در ناحیه دوگانه الکتریکی) و جهت چپ به راست میدان الکتریکی E، جهت جریان الکترواسموتیک در راستای مثبت x برقرار است. میدان مغناطیسی اعمال شده در کار حاضر توسط یک آهنربای دائمی (Permanent Magnet) عمود بر جهت میدان الکتریکی انتخاب شده است. قابل ذکر است که با توجه به جهت دو میدان الکتریکی E و مغناطیسی B_z، (طبق قانون دست راست) یک نیروی مغناطیسی قائم (در جهت $-y$) بر جریان اصلی الکترواسموتیک وارد می‌شود تا موضوع اختلاط در جریان حاضر را محقق سازد. لازم به ذکر است که با توجه به تعاریف مخلوط‌گرهای فعال و غیرفعال، با اعمال این میدان مغناطیسی دائمی، نوعا یک مخلوط‌گر غیرفعال حاصل می‌گردد چرا که در آن از هیچ انرژی خارجی استفاده نمی‌شود.



شکل ۱ شماتیک یک جریان دوبعدی الکترواسموتیک بین دو صفحه موازی در سه موقعیت مکانی مختلف میدان مغناطیسی (B_z)

معادلات حاکم و شرایط مرزی

معادلات حاکم بر جریان آرام، دائم و تراکم‌ناپذیر یک سیال نیوتنی در وضعیت دوبعدی به صورت زیر بیان می‌گردد. در این معادلات از نیروی لورنتس الکترواسموتیکی به عنوان نیروی حجمی عامل اصلی تحریک و از نیروی لورنتس دیناموهیدرومغناطیسی به

عنوان نیروی حجمی عمود بر جهت جریان اصلی به منظور ایجاد اختلاط غیرفعال استفاده شده است [۲٤]. ***معادلات حاکم بر جریان سیال.*** معادلات حاکم بر جریان سیال شامل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی اصلاح شده در حالت تراکم ناپذیر و دائم به شرح زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}=0$$

$$\rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}}\right)=-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}}+\mu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2}\right) \qquad (۱)$$

$$+\rho_{\mathrm{e}}(\mathrm{E_x}+\mathrm{vB_z})+\sigma \mathrm{B_z}[\mathrm{E_y}-\mathrm{uB_z}] \qquad (۲)$$

$$\rho\left(\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}\right)=-\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}}+\mu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}^2}\right)$$

$$+\rho_{\mathrm{e}}(\mathrm{E_y}-\mathrm{uB_z})-\sigma \mathrm{B_z}[\mathrm{E_x}+\mathrm{vB_z}] \qquad (۳)$$

که در آن $E_x=-\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)$ و $E_y=-\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)$ می‌باشد. بعلاوه، u سرعت جریان در راستای x با واحد $(\mathrm{m/s})$، v سرعت جریان در راستای y با واحد $(\mathrm{m/s})$، p فشار با واحد $(\mathrm{N/m^2})$، φ پتانسیل الکتریکی خارجی بر حسب (Volt)، ψ پتانسیل الکتریکی درون ای‌دی‌ال بر حسب (Volt)، B_z شدت شار میدان مغناطیسی با واحد ($\mathrm{Volt.s/m^2}$ یا $\mathrm{N/A.m}$ یا Tesla)، σ هدایت الکتریکی سیال با واحد ($1/\Omega.\mathrm{m}$ یا $\mathrm{A/m.Volt}$ یا $\mathrm{Siemens/m}$) و ρ_e چگالی جریان الکتریکی با واحد $(\mathrm{Coulomb/m^3})$ می‌باشد.

معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی خارجی. در جریان‌های الکترواسموتیک، ایده اصلی آن است که با اعمال یک میدان الکتریکی خارجی (مانند φ) بر بار الکتریکی خالص کنار دیواره‌ها، می‌توان الکترولیت موجود را به حرکت درآورد. معادله حاکم بر میدان پتانسیل الکتریکی خارجی در حضور یک میدان مغناطیسی، یک معادله پواسون به صورت زیر است. این معادله در حقیقت از قانون اهم در الکتریسیته و قانون بقای بار الکتریکی استخراج می‌گردد.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial x}(vB_z)-\frac{\partial}{\partial y}(uB_z) \qquad (٤)$$

معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی. وقتی سطح بارداری در تماس با یک الکترولیت (حاوی یون‌های مثبت و منفی) قرار می‌گیرد، سطح، یون‌های با بار مخالف خود را از درون الکترولیت به سمت خود جذب کرده و یون‌های با بار موافق خود را دفع می‌کند. در نتیجه یک لایه نازک غیرخنثی الکتریکی در کنار دیواره به نام لایه دوگانه الکتریکی تشکیل می‌شود. پتانسیل الکتریکی (ψ) حاصل از برهم‌کنش یون‌های مثبت و منفی درون لایه دوگانه الکتریکی توسط معادله پواسون زیر بیان می‌شود.

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\frac{\rho_{\mathrm{e}}}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0} \qquad (۵)$$

که در آن ε_r ثابت دی‌الکتریک محلول و ε_0 ضریب گذردهی خلأ با واحد $(\mathrm{Coulomb/Volt.m})$، می‌باشند. همچنین $\rho_{\mathrm{e}}=\mathrm{ze}\,(\mathrm{n^+}-\mathrm{n^-})$ چگالی بار خالص الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی با واحد $(\mathrm{Coulomb/m^3})$، n^+ و n^-، غلظت یون‌های مثبت و منفی با واحد $(\mathrm{Ions/m^3})$، z عدد والانس بار و e بار الکتریکی با واحد (Coulomb) است.

معادلات حاکم بر غلظت توزیع یون‌ها (ارنست-پلانک). برای به دست آوردن ρ_e می‌بایست غلظت یون‌های مثبت و منفی محاسبه شوند. این غلظت‌ها با حل معادله انتقال ارنست–پلانک به‌دست می‌آیند.

$$\left(u\frac{\partial n^+}{\partial x}+v\frac{\partial n^+}{\partial y}\right)=D_i^+\left(\frac{\partial^2 n^+}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 n^+}{\partial y^2}\right)$$
$$-D_i^+\left(\frac{ze}{k_B T}\right)\left[\frac{\partial}{\partial x}(n^+E_x)+\frac{\partial}{\partial y}(n^+E_y)\right]$$

$$\left(u\frac{\partial n^-}{\partial x}+v\frac{\partial n^-}{\partial y}\right)=D_i^-\left(\frac{\partial^2 n^-}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 n^-}{\partial y^2}\right) \quad (6)$$

$$+D_i^-\left(\frac{ze}{k_B T}\right)\left[\frac{\partial}{\partial x}(n^-E_x)+\frac{\partial}{\partial y}(n^-E_y)\right] \quad (7)$$

که در آن D_i^+ و D_i^- ضرایب پخش یون‌های مثبت و منفی با واحد (m^2/s)، T دمای مطلق و k_B ثابت بولتزمن (Boltzmann Constant) با واحد (J/K) می‌باشد. عبارت اول سمت راست معادلات (٦) و (٧)، پخش ناشی از گرادیان غلظت‌ها است و عبارت پس از آن، پخش ناشی از میدان الکتریکی می‌باشد که اصطلاحا به آن جمله هجرتی (Migration) گفته می‌شود.

در حالت توسعه‌یافته یونی و هیدرودینامیکی، معادلات (٦) و (٧)، پاسخی نمایی معروف به توزیع بولتزمن خواهند داشت که به‌صورت زیر می‌باشد.

$$n^+ = n_0 e^{-(ze/k_B T)\psi} \quad (8)$$

$$n^- = n_0 e^{+(ze/k_B T)\psi} \quad (9)$$

بنابراین توزیع چگالی بار خالص الکتریکی برای یک محلول متقارن در حالت توسعه‌یافته یونی به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\rho_e = -2zen_0 \sinh[(ze/k_B T)\,\psi] \quad (10)$$

با چنین فرض ساده کننده‌ای معادله (۵) به معادله‌ای معروفی به نام معادله پواسون-بولتزمن (Poisson-Boltzmann Equation) تبدیل می‌شود که اغلب حل تحلیلی آن با تقریب دیبای-هوکل (Debye-Huckel) امکان پذیر است. لازم به ذکر است در مقاله حاضر، به دلیل غیریکنواخت بودن زتاپتانسیل دیواره‌ها، جریان الکترواسموتیک به لحاظ یونی و هیدرودینامیکی توسعه‌یابنده است و لذا بایستی برای یافتن توزیع غلظت یون‌های مثبت و منفی معادلات ارنست-پلانک حل شوند.

معادله حاکم بر میدان مغناطیسی. معادله حاکم بر میدان مغناطیسی (B_z) در وضعیت دوبعدی به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2}=0 \quad (11)$$

معادله حاکم بر غلظت گونه‌ها. اگر دو مایع که هر یک دارای گونه‌های شیمیایی یکسان اما با غلظت متفاوت باشند را به منظور اختلاط از درون یک ریزمجرا عبور دهیم، توزیع غلظت گونه‌ها در مخلوط حاصله را می‌توان با حل معادله انتقال گونه‌ها (Species Transport Equation) به شکل زیر پیدا نمود.

$$\left(u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial y}\right)=D_s\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \quad (12)$$

که در آن C غلظت گونه‌ها و D_s ضریب پخش گونه با واحد (m^2/s) می‌باشد.

بی‌بعد سازی معادلات حاکم. به منظور سهولت در ارائه نتایج، عمومیت بخشیدن به‌صورت مسأله و تشخیص پارامترهای بی‌بعد، معادلات حاکم با تعریف پارامترهای بدون بعد مناسب به‌صورت زیر بی‌بعد می‌شوند.

$$\bar{x}=\frac{x}{H},\ \bar{y}=\frac{y}{H},\ \bar{u}=\frac{u}{U_{Ref}},\ \bar{v}=\frac{v}{U_{Ref}},$$
$$\bar{n}^{\pm}=\frac{n^{\pm}}{n_0},\ \bar{B}_z=\frac{B_z}{B_0},\ \bar{\psi}=\frac{\psi}{(k_BT/ze)},$$
$$\bar{\varphi}=\frac{\varphi}{E_{Ref}H},\ \bar{p}=\frac{p}{\rho U_{Ref}^2},\ \bar{\rho}_e=\frac{\rho_e}{zen_0},$$
$$\bar{C}=\frac{C}{C_{Ref}},\ U_{Ref}=\mu_{EO}E_{Ref},\ \mu_{MHD}=B_0,$$
$$\mu_{EO}=-\frac{\varepsilon_r\varepsilon_0\zeta}{\mu} \quad (13)$$

که در آن U_{Ref} سرعت مرجع (سرعت مشخصه جریان الکترواسموتیک یا سرعت هلموهلتز–اسمولوکفسکی (Helmholtz–Smoluchowski Velocity))، C_{Ref} یک غلظت مرجع، μ_{EO} قابلیت حرکت الکترواسموتیک (Electroosmotic Mobility)، μ_{MHD} قابلیت حرکت دینامو هیدرومغناطیسی (Magnetohydrodynamic Mobility)، E_{Ref} قدرت میدان الکتریکی مبنا، B_0 شدت شار مغناطیسی مرجع، $n_0 = C_0\mathrm{N_A}$ غلظت توده‌ای یون‌ها در محلول الکترولیت به ازاء واحد حجم ($\mathrm{ions/m^3}$)، $\mathrm{N_A}$ عدد آووگادرو با واحد ($\mathrm{Number\ of\ Ions/mol}$) و C_0 غلظت مولی یون‌ها با واحد ($\mathrm{kmol/m^3}$) می‌باشد. نتیجه بی‌بعدسازی معادلات در وضعیت دوبعدی به‌صورت زیر است.

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}}=0$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial\bar{y}}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{y}^2}\right)-\mathrm{B}\bar{\rho}_e\left[\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\right)-\mathrm{A\,G}\,\bar{v}\bar{B}_z\right]-\frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{A\,G\,Re}}\bar{B}_z\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{y}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\right)-\frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{Re}}\bar{u}\bar{B}_z^2 \tag{۱۴}$$

$$\frac{\partial(\bar{v}\bar{u})}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial\bar{y}}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{y}}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{v}}{\partial\bar{y}^2}\right)-\mathrm{B}\bar{\rho}_e\left[\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{y}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\right)+\mathrm{A\,G}\,\bar{u}\bar{B}_z\right] \tag{۱۵}$$

$$+\frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{A\,G\,Re}}\bar{B}_z\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\right)-\frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{Re}}\bar{v}\bar{B}_z^2 \tag{۱۶}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\varphi}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{\varphi}}{\partial\bar{y}^2}=G\left\{\begin{array}{l}\frac{\partial}{\partial\bar{x}}(\bar{v}\bar{B}_z)\\-\frac{\partial}{\partial\bar{y}}(\bar{u}\bar{B}_z)\end{array}\right\} \tag{۱۷}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{y}^2}=-\frac{\kappa^2\bar{\rho}_e}{2} \tag{۱۸}$$

$$\bar{\rho}_{\mathrm{e}}=\bar{n}^+-\bar{n}^- \tag{۱۹}$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{n}^+)}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial(\bar{v}\bar{n}^+)}{\partial\bar{y}}=\frac{1}{\mathrm{Re\,Sc^+}}\left\{\begin{array}{c}\frac{\partial^2\bar{n}^+}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{n}^+}{\partial\bar{y}^2}\\+\frac{\partial}{\partial\bar{x}}\left[\bar{n}^+\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\right)\right]\\+\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left[\bar{n}^+\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{y}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\right)\right]\end{array}\right\} \tag{۲۰}$$

$$\frac{\partial(\bar{u}\bar{n}^-)}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial(\bar{v}\bar{n}^-)}{\partial\bar{y}}=\frac{1}{\mathrm{Re\,Sc^-}}\left\{\begin{array}{c}\frac{\partial^2\bar{n}^-}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{n}^-}{\partial\bar{y}^2}\\-\frac{\partial}{\partial\bar{x}}\left[\bar{n}^-\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\right)\right]\\-\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left[\bar{n}^-\left(\mathrm{A}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial\bar{y}}+\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\right)\right]\end{array}\right\} \tag{۲۱}$$

$$\frac{\partial^2\bar{B}_z}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{B}_z}{\partial\bar{z}^2}=0 \tag{۲۲}$$

$$\bar{u}\frac{\partial\bar{C}}{\partial\bar{x}}+\bar{v}\frac{\partial\bar{C}}{\partial\bar{y}}=\frac{1}{\mathrm{Re\,Sc}}\left(\frac{\partial^2\bar{C}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{C}}{\partial\bar{y}^2}\right) \tag{۲۳}$$

که در آن $\mathrm{G}=\mu_{\mathrm{EO}}\cdot\mu_{\mathrm{MHD}}$ یک عدد بی‌بعد جدید (بیان کننده‌ی قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دینامو هیدرومغناطیسی)، $\mathrm{Re}=\rho\mathrm{U_{Ref}H}/\mu$ عدد رینولدز (Reynolds)، $\mathrm{Ha}=\mathrm{B_0H}\sqrt{\sigma/\mu}$ عدد هارتمن (Hartmann)، (مربع عدد هارتمن، بیان کننده‌ی نسبت نیروی لورنتس به نیروی لزجتی)، $\mathrm{B}=\mathrm{n_0k_BT}/\rho\mathrm{U}_{\mathrm{Ref}}^2$ یک عدد بی‌بعد، (بیان کننده‌ی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی)، $\mathrm{A}=\mathrm{E_{Ref}H}/(\mathrm{k_BT/ze})$ یک عدد بی‌بعد، (بیان کننده‌ی نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه)، $\mathrm{Sc}^{\pm}=\mu/\rho\mathrm{D}_{\mathrm{i}}^{\pm}$ عدد اشمیت (Schmidt) یون‌ها (بیان کننده‌ی نسبت پخش مومنتوم به پخش یون‌ها) و $\mathrm{Sc}=\mu/\rho\mathrm{D_s}$ عدد اشمیت گونه‌ها (بیان کننده‌ی نسبت پخش مومنتوم به پخش گونه‌ها) می‌باشد. بعلاوه $\kappa=\mathrm{K}H$ پارامتر لایه دوگانه الکتریکی یا عدد ای‌دی‌ال نامیده می‌شود و $\mathrm{K}=\left(\frac{2z^2e^2n_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0k_{\mathrm{B}}T}\right)^{1/2}$ به نام پارامتر

دیبای–هوکل و عکس ضخامت لایه دوگانه الکتریکی با واحد $(1/\mathrm{m})$ می‌باشد.

شرایط مرزی. در مسأله مورد نظر شرایط مرزی لازم برای حل معادلات حاکم بر مسأله، به‌صورت روابط (٢٤) تا (٢٦) در نظر گرفته شده است.

مرز ورودی ریزمجرا:

$$\varphi_1 = \varphi_{in},\ \ \partial\psi/\partial x = 0,\ \ n^{\pm} = 1,\ \ v = 0,$$

$$\partial u/\partial x = 0,\ \ \partial B_z/\partial x = 0,\ \ p = 0,$$

$$C = \begin{cases} 0 & 0 \le y \le 1/2 \\ 1 & 1/2 \le y \le 1 \end{cases} \qquad (٢٤)$$

مرز خروجی ریزمجرا:

$$\varphi_2 = 0,\ \ \partial\psi/\partial x = 0,\ \ \partial n^{\pm}/\partial x = 0,$$
$$\partial u/\partial x = 0,\ \ \partial v/\partial x = 0,\ \ \partial B_z/\partial x = 0,$$
$$p = 0,\ \ \partial C/\partial x = 0 \qquad (٢٥)$$

دیواره‌های بالا و پایین ریزمجرا:

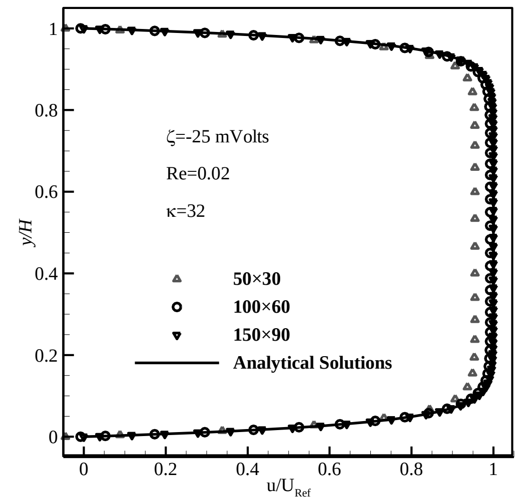
$$\partial\varphi/\partial y = 0,\ \ \psi = \psi(x),\ \ n^{\pm} = \exp(\mp\zeta),$$
$$u = 0,\ \ v = 0,\ \ \partial p/\partial y = 0,\ \ \partial C/\partial y = 0$$
$$B_z(x, y, \pm 0.5) = 1 \ \ ; \ \ x \in [L_M],$$
$$B_z(x, y, \pm 0.5) = 0 \ \ ; \ \ x \notin [L_M], \qquad (٢٦)$$

روش حل عددی

در این پژوهش، برای حل عددی معادلات حاکم بر مسأله با مشخصات هندسی و شرایط مرزی بیان شده در بخش‌های قبلی، از روش حجم محدود استفاده شده است. ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار از طریق الگوریتم سیمپل (SIMPLE) برقرار شده است. برای پرهیز از اثرات احتمالی شطرنجی در میدان‌های فشار و سرعت از شبکه هم مکان با میان یابی رای–چو (Rhie-Chow) [٢٥]، برای مقادیر سرعت روی وجوه استفاده شده است. برای ارزیابی توام جملات پخش و جابجایی در محل وجوه از طرح قاعده توانی (Power-Law Scheme) استفاده شده است. سیستم معادلات جبری با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری (Tridiagonal Matrix Algorithm) به‌روش ضمنی جایگزینی جهات (Alternative Direction Implicit) حل شده و باقیمانده نتایج تا دقت 10^{-12} گزارش گردیده است.

تایج عددی و بحث

بررسی صحت همگرایی و درستی نتایج. با توجه به غیرخطی بودن معادلات جریان سیال، برای اثبات همگرایی، فرایند حل معادلات تا مرتبه خطای ماشین تکرار و سپس استقلال نتایج حاصله (بویژه دبی جریان) از تعداد و موقعیت گره‌ها بررسی شده است. مسأله مورد نظر در این بخش، جریان الکترواسموتیک ایده‌آل درون یک ریزمجرا بین دو صفحه موازی با بار یکنواخت سطحی در سراسر آن است. مطالعه اندازه شبکه برای $\kappa = 32$، $\mathrm{Re} = 0.02$ و $\zeta = -25\ \mathrm{mVolt}$ نشان می‌دهد که حداقل تعداد گره‌ها در راستای عرض و طول ریزمجرا باید ۱۰۰×٦۰ باشد. شکل ۲ نشان می‌دهد برای شبکه ۱۵۰×۹۰ نتایج حل عددی با دقت بسیار بالایی با حل تحلیلی مطابقت دارند. بعلاوه نتایج عددی در این بخش نشان داد که استفاده از شبکه‌ای با تعداد نقاط حدود ۱۵۰×۹۰ می‌تواند یک حل قابل قبول و مستقل از نقاط شبکه را فراهم نماید.



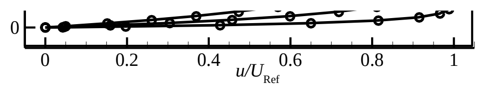
شکل ۲ اثر تعداد نقاط شبکه روی توزیع سرعت در یک جریان الکترواسمتیک ایده‌آل

به منظور اعتبارسنجی نتایج، حل عددی این جریان ایده‌آل با یک حل تحلیلی مقایسه شده است. دراین حالت جریان از نظر هیدرودینامیکی و یونی توسعه یافته است و سیال جاری یک محلول الکترولیت متقارن (مانند KCL) با غلظت‌های مختلف است. پارامترهای مورد نیاز ترموفیزیکی، الکتروشیمیایی و سایر ثابت‌ها برای حل‌های عددی و تحلیلی در دمای مرجع ۲۹۸ کلوین مطابق جدول ۱ انتخاب شده‌اند.

معادلات (۲۷) و (۲۸) به ترتیب حل تحلیلی موجود برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت را نشان می‌دهند [۱۲].

$$\frac{\psi}{\zeta}=\frac{\cosh\left(\kappa\left({}^{y}/_{H}-1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \qquad (۲۷)$$

$$\frac{u}{U_{\text{Ref}}}=1-\frac{\cosh\left(\kappa\left({}^{y}/_{H}-1/2\right)\right)}{\cosh(\kappa/2)} \qquad (۲۸)$$



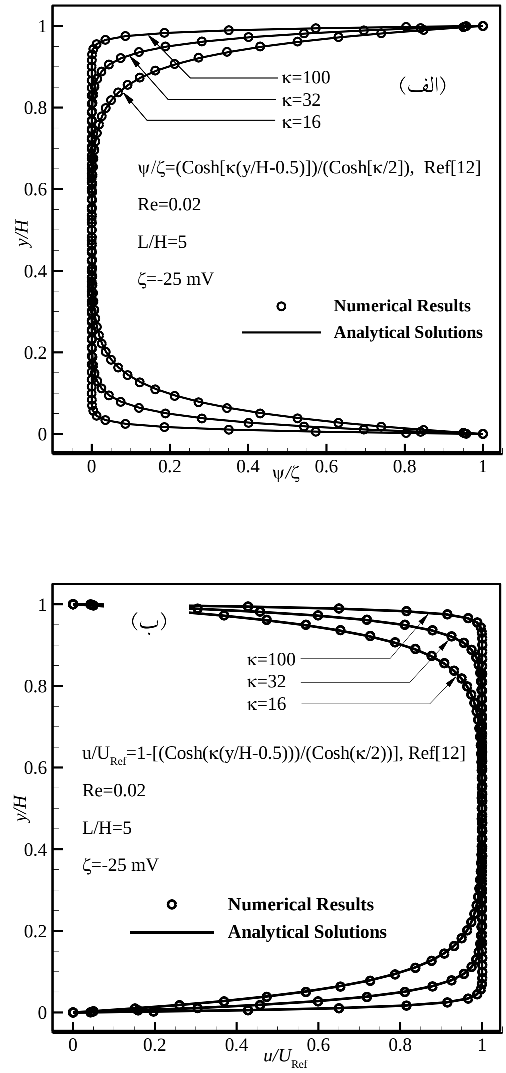
شکل ۳ مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی برای توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی و توزیع سرعت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج عددی و حل تحلیلی، از تطبیق بسیار خوبی برخوردار است.

نتایج عددی. نتایج عددی در این بخش برای جریان الکترواسموتیک با شرایط مرزی بیان شده گزارش می‌شود. بعلاوه عدد رینولدز جریان ۰/۰۲، زتا پتانسیل دیواره ۵۰- میلی‌ولت، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی ۳۲ و غلظت مولی محلول الکترولیت 10^{-3} مول بر مترمکعب انتخاب شده است. با توجه به مقادیر انتخابی برای دو پارامتر Re و κ به عنوان داده ورودی قابل تنظیم، مقادیر عرض ریزمجرا ۱۰ میکرومتر، قدرت میدان الکتریکی ۵۶/۵ ولت بر میلی‌متر و پتانسیل خارجی در ورودی ۵/۶۵ ولت بدست آمده و در برنامه عددی اعمال گردیده است. در ادامه این بخش، ابتدا نتایج میدان جریان سیال و میدان غلظت گونه‌ها (C) و راندمان اختلاط (ε_m)، بیان می‌شود.

جدول ۱ مقادیر خواص و ثابت‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر

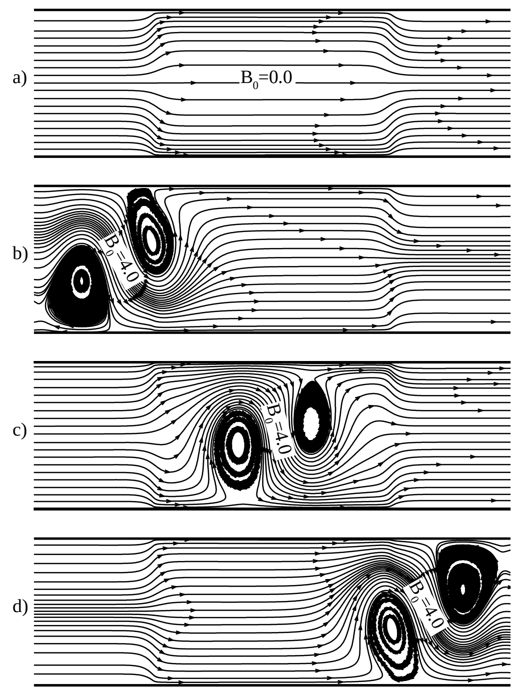
پارامتر	مقدار
چگالی (ρ)	$1.0\times10^{+3}$
لزجت دینامیکی (μ)	1.0×10^{-3}
هدایت الکتریکی سیال (σ_{Fluid})	15
ضریب پخش گونه‌ها (D_s)	1.0×10^{-10}
ضریب پخش یون‌ها (D_i)	2.0×10^{-9}
بار الکترون بر حسب کولن (e)	1.602×10^{-19}
ثابت بولتزمن (k_{B})	1.381×10^{-23}
عدد آووگادرو (N_{A})	$6.022\times10^{+23}$
عدد والانس (z)	1.0
گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0)	8.854×10^{-12}
ثابت گذردهی الکترولیت (ε_r)	80.0

نتایج میدان جریان. به منظور درک بهتر اثرات میدان مغناطیسی روی پدیده اختلاط در جریان الکترواسموتیک مطابق شکل ۱، رفتار یک جریان الکترواسموتیک در حضور میدان مغناطیسی برای موقعیت‌های مکانی مختلف بررسی می‌شود.



شکل ۳ مقایسه نتایج عددی با حل تحلیلی، الف) توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی ب) توزیع سرعت

شکل ٤ خطوط جریان سیال را در ریزمجرا، برای دو مقدار $B_0 = 0$ در شکل a و $B_0 = 4$ در شکل‌های b، c و d در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با اعمال میدان مغناطیسی $B_0 = 4$، دو گردابه در مجاورت دیواره بالا و پایین تشکیل می‌شود. این در حالی است که جهت دوران دو گردابه یکسان نیست. گردابه‌ی کنار دیواره‌ی پایین ساعت‌گرد است و گردابه‌ی کنار دیواره بالایی پادساعت‌گرد است. بروز این جریان‌های گردابه‌ای باعث افزایش راندمان اختلاط در جریان الکترواسموتیک می‌شود. تفاوت موقعیت مکانی اعمال میدان مغناطیسی در شکل‌های b، c و d نشان می‌دهد که وقتی محل اعمال این میدان با ناحیه EDL هم‌پوشانی دارد (در شکل c) هنوز مشخصات EDL پا برجا بوده و لذا ماهیت جریان الکترواسموتیک به عنوان عامل اصلی پمپاژ سیال از بین نرفته است و فقط حضور گردابه‌ها باعث اختلاط بیشتر شده است. بعلاوه هنگامی که محل اعمال میدان مغناطیسی در ابتدا (شکل b) و انتها (شکل d) ریزمجرا است، گردابه‌ها نیز در همان محل‌ها شکل گرفته است.

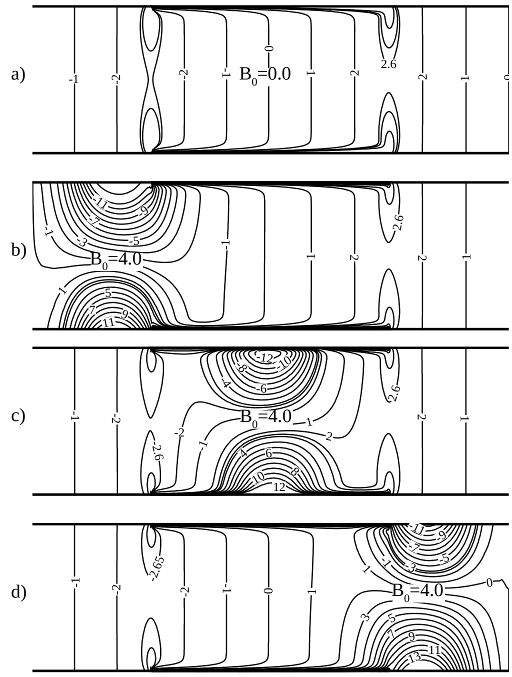


شکل ٤ خطوط جریان الکترواسموتیک در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

نتایج محاسبه عددی دبی نشان داد که دبی جریان در هر سه حالت با تقریب بسیار خوب یکسان است. در حالی که راندمان حاصل از اختلاط بایستی محاسبه شود که در بخش بعد گزارش آن آمده است.

شکل ۵ خطوط هم‌تراز فشار را برای دو مقدار $B_0 = 0$ در شکل a و $B_0 = 4$ در شکل‌های b، c و d در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. در شکل a مشاهده می‌شود در غیاب B_0 یک گرادیان فشار مثبت از چپ به راست، درست در ناحیه L_ζ ایجاد شده است. حال آن که در شکل b تا d مشاهده می‌شود که در حضور

اعمال میدان مغناطیسی دو گرادیان فشار مثبت عمود بر هم (از چپ به راست در ناحیه L_ζ و از بالا به پایین در ناحیه L_M) ایجاد شده است.



شکل ۵ خطوط هم‌تراز فشار در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

دلیل این امر را می‌توان این طور توجیه نمود که اگر با حرکت سیالی که تحت تاثیر نیروی حجمی است مخالفت شود، همواره یک گرادیان فشار مثبت در جهت نیرو ایجاد می‌شود. بنابراین دو گرادیان فشار مثبت مورد بحث به دلیل نیروی افقی الکترواسموتیک و نیروی قائم دیناموهیدرومغناطیسی مطابق شکل مورد نظر عمود بر هم ایجاد شده است.

نتایج میدان غلظت گونه‌ها و راندمان اختلاط گونه‌ها.

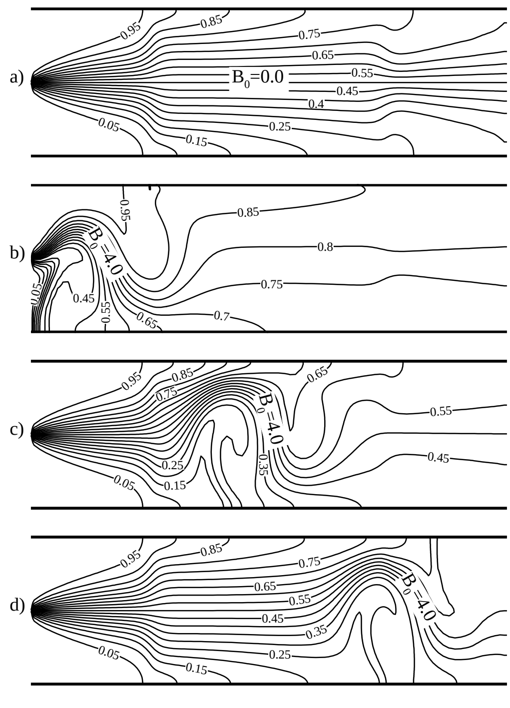
برای ارزیابی راندمان اختلاط، اغلب پژوهشگران [۱۸, ۲۶, ۲۷]، از رابطه (۲۹) استفاده نموده‌اند که در این پژوهش نیز از آن استفاده شده است.

$$\varepsilon_m = 1 - \frac{\sigma_w}{\sigma_{w,\max}} \qquad (۲۹)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\int_0^H [C(y) - C_m]^2\, dy}{\int_0^H dy} \qquad (۳۰)$$

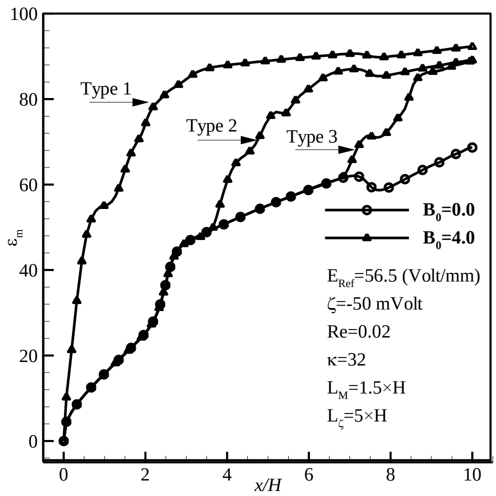
که در آن σ_w مقدار انحراف معیار غلظت‌ها در هر مقطع (معرف میزان ناهمگنی در آن مقطع)، $\sigma_{w,\max}$ یک مقدار مرجع که در صورت اختلاط کامل برابر ۰/۵ می‌باشد و $C_m = \int_0^H C(y)\,dy / \int_0^H dy$ مقدار غلظت متوسط در هر مقطع از ریزمجرا است. بنابراین محدوده‌ی تغییرات راندمان اختلاط (ε_m) بین ۰ تا ۱ می‌باشد.

شکل ٦ نتایج عددی خطوط هم‌تراز بی‌بعد غلظت گونه‌ها در طول ریزمجرا را در حضور و عدم حضور میدان مغناطیسی در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود در حضور $B_0 = 4$ خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها به ویژه در ناحیه اعمال میدان مغناطیسی پیچ و تاب بیشتری پیدا کرده است. این وضعیت مطابق انتظار اختلاط گونه‌ها را افزایش می‌دهد چرا که طول مسیر عبور جریان در نهایت افزایش داشته است و لذا در خروجی نسبت به حالت $B_0 = 0$ غلظت گونه‌ها دارای یکنواختی بیشتری شده است.



شکل ٦ خطوط هم‌تراز غلظت گونه‌ها در حضور میدان مغناطیسی با موقعیت‌های مختلف مکانی

شکل ۷ نتایج راندمان اختلاط (ε_m) در طول ریزمجرا را در حضور میدان مغناطیسی در موقعیت‌های مکانی مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با عبور جریان در طول ریزمجرا راندمان اختلاط حتی در عدم حضور میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد و نهایتا به ۷۰ درصد در خروجی می‌رسد که علت این افزایش، اثر مکانیزم پخش گونه‌ها است. این در حالی است که با اعمال میدان مغناطیسی $B_0 = 4$ راندمان اختلاط هنوز بیشتر شده است. مقایسه راندمان اختلاط در سه نوع ریزمجرای معرفی شده نشان می‌دهد که وقتی میدان مغناطیسی با طول L_{M} در ابتدای ریزمجرا است، راندمان نسبت به دو حالت دیگر بیشتر است به طوری که در ریزمجرای نوع اول راندمان ۹۳/۳ درصد و در دو نوع دیگر ۹۰ درصد می‌باشد.



شکل ۷ راندمان اختلاط در طول ریزمجرا

نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر موقعیت‌های مختلف مکانی یک میدان مغناطیسی بر راندمان اختلاط برای یک ریزمخلوط‌گر الکترواسموتیکی به‌صورت عددی مطالعه شده است. برای این منظور، توزیع عددی خطوط جریان، غلظت گونه‌ها و راندمان اختلاط با حل معادلات مربوطه به دست آمده است. نتایج عددی نشان داد که برای جریان در یک ریزمجرا با رینولدز ۰/۰۲، پارامتر لایه دوگانه الکتریکی ۳۲، زتاپتانسیل دیواره ۵۰- میلی‌ولت و قدرت میدان الکتریکی ۵۶/۵ ولت بر میلی‌متر، راندمان اختلاط با افزایش میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد، به طوری که این افزایش راندمان برای ریزمخلوط‌گر نوع اول ۹۳/۳ درصد و در دو نوع دیگر ۹۰ درصد می‌باشد.

واژه نامه

A	یک عدد بی‌بعد، بیان کننده‌ی نسبت ولتاژ اعمالی خارجی به ولتاژ پایه
B	یک عدد بی‌بعد، بیان کننده‌ی نسبت فشار یونی به فشار دینامیکی
b	عمق ریزمجرا
B_z	شدت شار مغناطیسی
B_0	شدت شار مغناطیسی مرجع
C_0	غلظت مولی یون‌ها
$D_i^{\pm}$	ضریب پخش یون‌های مثبت و منفی
D_s	ضریب پخش گونه
E	قدرت میدان الکتریکی خارجی
E_{Ref}	قدرت میدان الکتریکی مرجع
e	بار الکتریکی
G	یک پارامتر بی‌بعد جدید، بیان کننده‌ی نسبت قابلیت حرکت الکترواسموتیکی به قابلیت حرکت دیناموهیدرومغناطیسی
H	ارتفاع ریزمجرا
Ha	عدد هارتمن
K	پارامتر دیبای-هوکل
k_B	ضریب بولتزمن
L	طول ریزمجرا
L_ζ	طول زتا پتانسیل
L_M	طول میدان مغناطیسی
L_1	طول ناحیه ورودی
L_2	طول ناحیه خروجی
N_A	عدد آووگادرو
n_0	غلظت توده‌ای یون‌ها
$n^{\pm}$	غلظت یون‌های مثبت و منفی

p	فشار
Re	عدد رینولدز جریان، بیان کننده‌ی نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجتی
$Sc^{\pm}$	عدد اشمیت یون‌ها
Sc	عدد اشمیت گونه‌ها
T	دمای مطلق
U_{Ref}	سرعت مرجع
u	مؤلفه افقی سرعت سیال
V_{App}	ولتاژ اعمال شده خارجی
v	مؤلفه عمودی سرعت سیال
x	مولفه مختصات افقی
y	مولفه مختصات عمودی

علایم یونانی

ε_0	ضریب گذردهی خلا
ε_r	ثابت دی‌الکتریک محلول
ζ	پتانسیل زتا
κ	پارامتر ضخامت لایه دوگانه الکتریکی
μ	ویسکوزیته دینامیکی سیال
μ_{EO}	قابلیت حرکت الکترواسموتیکی
μ_{MHD}	قابلیت حرکت دیناموهیدرومغناطیسی
ρ	چگالی سیال
ρ_e	چگالی خالص بار الکتریکی
σ_{Fluid}	هدایت الکتریکی سیال
φ	میدان پتانسیل الکتریکی خارجی
φ_1	پتانسیل الکتریکی خارجی در ورودی
φ_2	پتانسیل الکتریکی خارجی در خروجی
ψ	پتانسیل الکتریکی درون لایه دوگانه الکتریکی

زیرنویس

EO	الکترواسموتیک
MHD	دیناموهیدرومغناطیس
Ref	مقدار مرجع
Fluid	سیال

مراجع

1. Figeys, D. and Pinto, D., "Lab-on-a-chip: a revolution in biological and medical sciences", *Journal of Analytical Chemistry*, vol. 72, pp. 330 A-335 A, (2000).
2. Tüdős, A. J., Besselink, G. A. and Schasfoort, R. B., "Trends in miniaturized total analysis systems for point-of-care testing in clinical chemistry", *Lab on a Chip*, vol. 1, pp. 83-95, (2001).
3. Wang, Y., Zhe, J., Chung, B. T. and Dutta, P., "A rapid magnetic particle driven micromixer," *Microfluidics and Nanofluidics*, vol. 4, pp. 375-389, (2008).
4. Alizadeh, A., Zhang, L. and Wang, M., "Mixing enhancement of low-Reynolds electro-osmotic flows in microchannels with temperature-patterned walls", *Journal of Colloid and Interface Science*, vol. 431, pp. 50-63, (2014).
5. Gambhire, S., Patel, N., Gambhire, G. and Kale, S., "A Review on Different Micromixers and its Micromixing within Microchannel", *International Journal of Current Engineering and Technology*, vol. 4, pp. 409-413, (2016).
6. Hessel, V., Löwe, H. and Schönfeld, F., "Micromixers—a review on passive and active mixing principles", *Chemical Engineering Science*, vol. 60, pp. 2479-2501, (2005).

7. Capretto, L., Cheng, W., Hill, M. and Zhang, X., "Micromixing within microfluidic devices", *Microfluidics*, pp. 27-68, (2011).

8. Burgreen, D. and Nakache, F., "Electrokinetic flow in ultrafine capillary slits1", *The Journal of Physical Chemistry,* vol. 68, pp. 1084-1091, (1964).

9. Rice, C. and Whitehead, R., "Electrokinetic flow in a narrow cylindrical capillary", *The Journal of Physical Chemistry,* vol. 69, pp. 4017-4024, (1965).

10. Masliyah, J. H., "Electrokinetic transport phenomena", *Chemical Engineering Education,* vol. 28, pp. 254-256, (1994).

11. Yang, C., Li, D. and Masliyah, J. H., "Modeling forced liquid convection in rectangular microchannels with electrokinetic effects", *International Journal of Heat and Mass Transfer,* vol. 41, pp. 4229-4249, (1998).

12. Mirbozorgi, S. A., Niazmand, H. and Renksizbulut, M., "Electro-osmotic flow in reservoir-connected flat microchannels with non-uniform zeta potential", *Journal of Fluids Engineering,* vol. 128, pp. 1133-1143, (2006).

13. Rashidi, S., Bafekr, H., Valipour, M. S. and Esfahani, J. A., "A review on the application, simulation, and experiment of the electrokinetic mixers", *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification,* vol. 126, pp. 108-122, (2018).

14. Alizadeh, A., Hsu, W. L., Wang, M. and Daiguji, H., "Electroosmotic flow: From microfluidics to nanofluidics", *Electrophoresis,* vol. 42, pp. 834-868, (2021).

15. Biddiss, E., Erickson, D. and Li, D., "Heterogeneous surface charge enhanced micromixing for electrokinetic flows", *Analytical Chemistry,* vol. 76, pp. 3208-3213, (2004).

16. Luo, W.-J., Yarn, K.-F. and Hsu, S.-P., "Analysis of electrokinetic mixing using AC electric field and patchwise surface heterogeneities", *Japanese Journal of Applied physics,* vol. 46, p. 1608, (2007).

17. Jain, M. and Nandakumar, K., "Optimal patterning of heterogeneous surface charge for improved electrokinetic micromixing", *Computers & Chemical Engineering,* vol. 49, pp. 18-24,(2013).

18. Jamaati, J., Niazmand, H. and Renlsizbulut, M., "Investigation of electrokinetic mixing in 3D non-homogenous microchannels", *Journal Of Computational And Applied Research In Mechanical Engineering,* vol. 3, pp. 41-52, (2013).

19. Nayak, A., "Analysis of mixing for electroosmotic flow in micro/nano channels with heterogeneous surface potential", *International Journal of Heat and Mass Transfer,* vol. 75, pp. 135-144, (2014).

۲۰. اف سری، م. م.، میربزرگی، س. ع. و نیازمند، ح.، "مطالعه راندمان اختلاط یک ریزمخلوط گر الکتروا سمتیکی با توزیع ناهمگن بارهای دیواره"، *مجله علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، دوره ۲۵، شماره ۲، صفحه ۹۷-۱۰۹، (۱۳۹۳).

۲۱. ب ساطی، ی.، محمدی پور، ا. ر. و نیازمند، ح.، "برر سی و بهینه سازی اثر هند سه و بارگذاری سطح بر راندمان اختلاط الکترواسموتیک در میکروکانال‌های همگرا-واگرا به روش سطح پاسخ"، *مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۸، شماره ۱، صفحه ۲۷-۳۹، (۱۳۹۷).

22. Basati, Y., Mohammadipour, O. R. and H. Niazmand, "Numerical investigation and simultaneous optimization of geometry and zeta-potential in electroosmotic mixing flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 133, pp. 786-799, (2019).

۲۳.دلاکه نژاد، م.، میربزرگی، س. ع. و نیازمند ح.، "راندمان اختلاط در جریان الکتروا سموتیک با زتا پتاذ سیل غیریکنواخت دیواره"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۸، شماره ٦، صفحه ۳۰-٤۰، (۱۳۹۷).

24. Dallakehnejad, M., Mirbozorgi, S. A. and Niazmand, H., "A numerical investigation of magnetic mixing in electroosmotic flows", *Journal of Electrostatics*, vol. 100, p. 103354, (2019).

25. Rhie, C. and Chow, W. L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation", *AIAA Journal*, vol. 21, pp. 1525-1532,(1983).

26. Chen, J.-L., Shih, W.-H. and Hsieh, W.-H., "AC electro-osmotic micromixer using a face-to-face, asymmetric pair of planar electrodes", *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 188, pp. 11-21, (2013).

27. Ebrahimi, S., Hasanzadeh-Barforoushi, A., Nejat, A. and Kowsary, F., "Numerical study of mixing and heat transfer in mixed electroosmotic/pressure driven flow through T-shaped microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 75, pp. 565-580, (2014).

Numerical Analysis of Magnetic Mixing Phenomenon in an Electroosmotic Flow between Two Parallel Plates

Morteza Dallakehnejad[1] Seyed Ali Mirbozorgi[2]

Hamid Niazmand[3]

1. Introduction

The way of creating a flow in a microchannel is one of the challenging issues in this field of microfluidics and Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). Nowadays, the electroosmotic flow (EOF) is extensively used for pumping and transferring fluids due to its significant advantages over the pressure-driven flow. Lorentz force is the main force causing fluid motion in the EOF owing to the application of an external electric field in the Electric Double Layer (EDL).

Regardless of how the flow is generated, fluid mixing is a major issue in microchips. Based on the method of mixing, the micro-mixers are mainly classified into active and passive categories. In active micro-mixers, a time-variant external energy source is applied to create mixing in addition to fluid pumping energy. Although, active micro mixers enjoy from higher efficiencies, their fabrications are associated with some levels of complexities.

Nevertheless, an external force is not applied in passive micro-mixers to create mixing, and mixing is achieved only by twisting the flow geometry. Furthermore, due to the laminar flow, the mixing is essentially based on molecular diffusion. One of the strategies to improve the efficiency is to increase the interface of the two fluids and reduce the diffusion path between them.

One of the methods that can be exploited in passive electroosmotic mixing is the use of a permanent magnetic field in the microchannel. However, the application of the magnetic field location can have a different effect on the mixing efficiency. A review of the previous studies reveals that this study has not been done yet. In the present paper, the effect of the magnetic field location on the passive mixing efficiency in the electroosmotic flow were investigated and important parameters were identified.

2. Statement of the Problem

Figure 1 shows a schematic of a planar microchannel, in which the microchannel width and length are H and L=10H, respectively. Since the application of the magnetic field requires the z-direction normal to the flow plane, it is assumed that the microchannel is positioned at z=0. L_ζ is the EDL length and L_M is the length of the magnetic field applied in the present work in three different locations. For example, in Figure 1, the magnetic field is applied to the middle region of the microchannel by overlapping part of the length L_ζ.

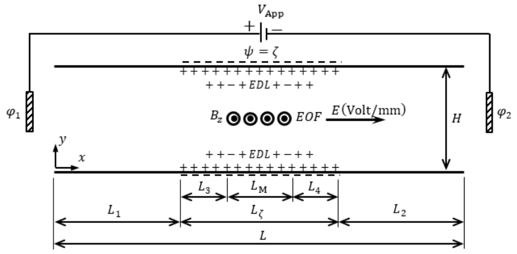


Figure 1. Schematic of a two-dimensional EOF between two parallel plates in the presence of a magnetic field ($\vec{B}_z$)

3. Governing Equations and Numerical Solution Method

The governing equations of the problem, including modified momentum equations (Navier-Stokes) for the fluid flow field, the equations of external and internal electric potential fields, the equations of distribution of the positive and negative ions (Nernst-Planck), the magnetic field equation, and the concentration equation for species were solved using the finite volume numerical method.

The link between velocity and pressure fields was established through the SIMPLE algorithm. To avoid the possible checkerboard effects in the pressure and velocity fields, the Co-located mesh with Rhie-Chow interpolation was used for velocity values on the faces. To evaluate simultaneously the diffusion and convection terms, a power-law scheme was used in the location of faces. The system of algebraic equations was solved using the Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA) by Alternative Direction Implicit (ADI) method and the results were reported while the residual of double precision solution of governing equations is up to 10^{-12}.

[1] PhD in Mechanical Engineering, Ebnehesam College, Technical and Vocational University of South Khorasan, Birjand, Iran.
[2] Corresponding author. Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran. Email: samirbozorgi@birjand.ac.ir
[3]. Professor, Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

4. Numerical Results

In order to gain an insight about the effects of the magnetic field on the mixing phenomenon in the EOF according to Figure 1, an electroosmotic flow in the presence of a magnetic field for different locations was examined first. The numerical results were reported for selective values, the flow Reynolds number Re=0.02, the wall zeta potential $\zeta=-50$ (mVolt), the molar concentration of the electrolyte solution $C_0=10^{-6}$ (kmol/m^3), and the [illegible] ra[illegible]ter κ=32. Given the values s[illegible]ecte[illegible] [illegible] values of the microchanne[illegible] [illegible] [illegible] r[illegible] h[illegible] ectric field strength $E_{\text{Ref}} = 56.5$ ([illegible] / [illegible] the external voltage at the input $\varphi_1 = 5.65$ (Volt) were obtained and applied in the numerical code.

Figur[illegible] 2 [illegible]ws the stream lines [illegible] t[illegible] luid in the microc[illegible] for the two values $B_0 = 0$ in Figure 2a and $B_0 = 4$ in Figures 2b, 2c and 2d at differ[illegible]nt locations. It can be seen that with increasing [illegible] magnetic flux intensity, the streamlines in the L_{M} region under the downward magnetic force gradually separate from the upper and lower channel walls and finally, form two vortices in the vicinity of the walls with the opposite rotation directions. The vortices near the lower and upper walls are clockwise and counterclockwise, respectively. The generated vortexes act as obstacles to the main flow and strongly affect the flow pattern in such a way that can be employed for mixing enhancement.

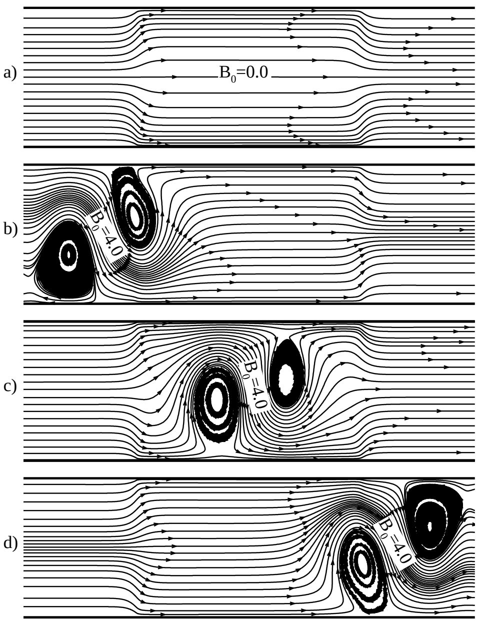


Figure 2. EOF streamlines in the presence of different magnetic field

Figure 3 shows t[illegible] results of the mixing efficiency variations (ε_m) along the microchannel in the presence of a magnetic field at different locations. It can be observed that the mixing efficiency increases with increasing magnetic flux intensity.

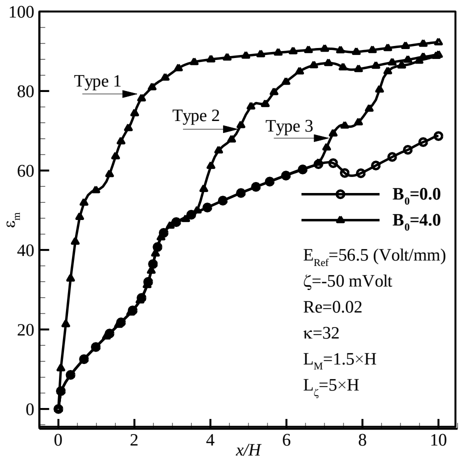


Figure 3. Mixing efficiency along the microchannel

5. Conclusion

In this study, the effects of the magnetic field with different locations were examined numerically on the mixing efficiency of an electroosmotic micro-mixer. For this purpose, numerical distribution of the stream lines, distribution of species concentration and mixing efficiency were obtained and reported by solving the correspo[illegible] [illegible]tions. Numerical result[illegible] [illegible]ed that for [illegible] micr[illegible] [illegible] number $\text{Re} = 0.02$, the [illegible] 2, the wall zeta potential [illegible]), [illegible]d electric field strength $E_{\text{Ref}} = 56.5\ (\text{Volt/mm})$, the mixing efficiency increased with increasing the magnetic field, such that this increase in the mixing efficiency for the first type of micro-mixer is 93.3% and in the other two types is 90%.